GÉNÉRALITÉS SUR LES SUITES partie1

0. Introduction

Voir fiche « *Activité introductive aux suites 1ère.pdf* » sur http://urbanmathproject.free.fr/documents.php#Classe_de_1ere

I. Définition et modes de génération

1) Définition d'une suite numérique

Définition : Une **suite numérique** (u_n) est une liste ordonnée de nombres réels telle qu'à tout entier n on associe un nombre réel noté u_n.
u_n est appelé le **terme de rang n** de cette suite (ou d'indice n).

2) Générer une suite numérique **par une formule explicite**

Exemple : Pour tout n de $\mathbb{N}$, on donne : $v_n = 3n^2 - 1$.
Les premiers termes de cette suite sont donc :
$v_0 =$
$v_1 =$
$v_2 =$
$v_3 =$

Lorsqu'on génère une suite par une formule explicite, chaque terme de la suite est exprimé en fonction de n et indépendamment des termes précédents.

3) Générer une suite numérique **par une relation de récurrence**

Exemple : On définit la suite (v_n) par : $v_0 = 3$ et pour tout n de $\mathbb{N}$, $v_{n+1} = 4v_n - 6$
Les premiers termes de cette suite sont donc :
$v_0 =$
$v_1 =$
$v_2 =$
$v_3 =$

Contrairement à une suite définie par une formule explicite, il n'est pas possible, dans l'état, de calculer par exemple v_{13} sans connaître v_{12}.

Cependant il est possible de faire calculer les termes d'une suite :
avec la calculatrice TI 83 et/ou **d'écrire un programme avec Python** :

4) Utilisation des **outils numériques**

Voir vidéo « comment calculer les termes d'une suite avec la TI 83 Premium CE » sur
http://urbanmathproject.free.fr/documents.php#Classe_de_1ere


```python
def suite(n):
    u=3
    for i in range(1,n+1):
        u=4*u-6
    return(u)
```

```
>>> suite(13)
67108866
```

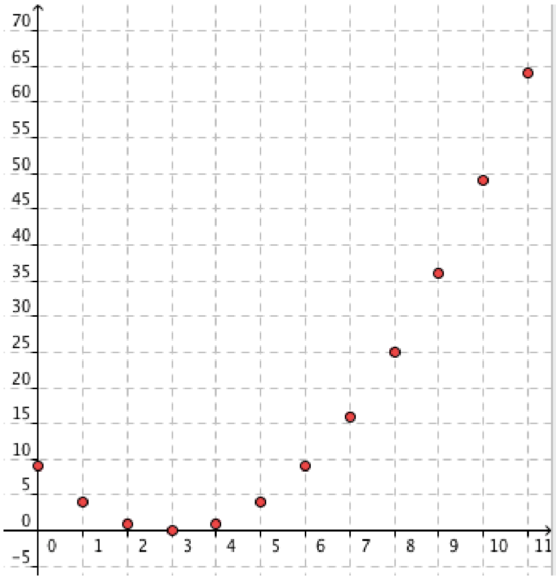
Exercices : n° 22, 23, 18, 19, 33 pages 31 et 32.

II. Représentation graphique d'une suite

Voir vidéo « Suites : Représentation Graphique » sur http://urbanmathproject.free.fr/documents.php#Classe_de_1ere

III. Sens de variation d'une suite numérique

<u>Exemple</u> :
On a représenté ci-dessous le nuage de points des premiers termes d'une suite (u_n) :



	A	B
1	n	u_n
2	0	9
3	1	4
4	2	1
5	3	0
6	4	1
7	5	4
8	6	9
9	7	16
10	8	25
11	9	36
12	10	49
13	11	64
14		
15		
16		

Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule B2 ?

On peut conjecturer que cette suite est croissante pour $n \geq 3$.

<u>Définitions</u> : Soit un entier p et une suite numérique (u_n).

- La suite (u_n) est **croissante à partir du rang p** signifie que pour $n \geq p$, on a $u_{n+1} \geq u_n$.
- La suite (u_n) est **décroissante à partir du rang p** signifie que pour $n \geq p$, on a $u_{n+1} \leq u_n$.

Méthodologie :

1) Pour tout n de $\mathbb{N}$, on donne la suite (u_n) définie par : $u_n = (n-3)^2$.
Démontrer que la suite (u_n) est croissante à partir d'un certain rang.

2) Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, on donne la suite (v_n) définie par : $v_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$.
Démontrer que la suite (v_n) est décroissante.

Exercices : n° 21, 24, 41 et 42 pages 31 et 32.

IV. Notion de limite d'une suite

Définitions :

•**Une suite $(\boldsymbol{u_n})$ a pour limite un réel $\boldsymbol{l}$ quand $\boldsymbol{n}$ tend vers** $+\infty$ si les termes u_n deviennent tous aussi proches de l que l'on veut en prenant n suffisamment grand.

On dit que $(\boldsymbol{u_n})$ **converge vers $\boldsymbol{l}$** et on note $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$.

•**Une suite $(\boldsymbol{u_n})$ a pour limite** $+\infty$ **quand $\boldsymbol{n}$ tend vers** $+\infty$ si les termes u_n deviennent tous aussi grands que l'on veut en prenant n suffisamment grand.

On dit que $(\boldsymbol{u_n})$ **diverge** et on note $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

•**Une suite $(\boldsymbol{u_n})$ a pour limite** $-\infty$ **quand $\boldsymbol{n}$ tend vers** $+\infty$ si les termes u_n deviennent tous aussi petits que l'on veut en prenant n suffisamment grand.

On dit que $(\boldsymbol{u_n})$ **diverge** et on note $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.

Remarque : Certaines suites n'ont aucune limite.

Exemples : Pour (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = 4 + \frac{1}{n}$, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 4$.

Pour (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = -2 + \frac{(-1)^n}{n}$, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -2$.

Pour (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n + 3$, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

Pour (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = -n^2$, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.

Pour (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = (-1)^n$, (u_n) n'a pas de limite.